ETH zürich
Departement Informatik

Approximations- und Online-Algorithmen

Dr. Hans-Joachim Böckenhauer
Dr. Dennis Komm

courses.ite.inf.ethz.ch/approx_online_alg_22

Übungsaufgaben – Blatt 1

Zürich, 24. Februar 2022

Aufgabe 1

Wir betrachten den folgenden Greedy-Algorithmus für das Δ-TSP.

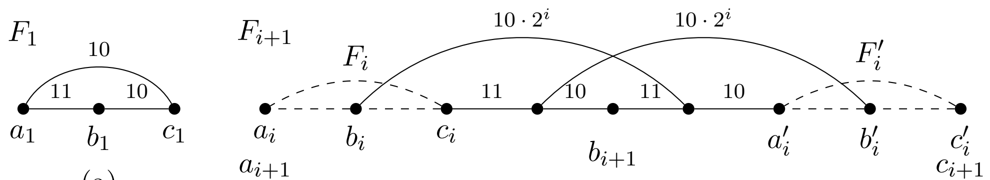
Eingabe: $G = (V, E)$ ein vollständiger Graph, $c\colon E \to \mathbb{N}^{>0}$ (metrisch), $|V| = n$.

1. Starte mit einer partiellen Tour, die nur aus einem beliebigen Knoten v_1 besteht.
2. Sei $v_1, \ldots, v_k$ die aktuelle partielle Tour ($k < n$) und sei v_{k+1} ein beliebiger Nachbar der geringsten Entfernung zu v_k, der noch nicht in der aktuellen partiellen Tour enthalten ist. Erzeuge eine neue aktuelle Tour $v_1, \ldots, v_k, v_{k+1}$.
3. Wiederhole Schritt 2 solange, bis die Tour alle Knoten enthält.

Ausgabe: Die berechnete Tour $v_1, \ldots, v_n, v_1$.

(a) Geben Sie für alle $\varepsilon > 0$ eine Instanz für das Δ-TSP an, auf der der Greedy-Algorithmus nur eine Approximationsgüte von $1.5 - \varepsilon$ erreicht.

(b) Sei F_i die Klasse von gewichteten vollständigen Graphen wie in der folgenden Abbildung gezeigt. Der Graph F_1 ist ein Kreis mit drei Knoten, der Graph F_{i+1} entsteht rekursiv aus zwei Kopien des Graphen F_i und drei zusätzlichen Knoten.



(a) (b)

(bitte wenden)

Dabei bezeichnet a_i den in der Abbildung am weitesten links stehenden Knoten von F_i, b_i den mittleren Knoten von F_i und c_i den am weitesten rechts stehenden Knoten von F_i. Die Abbildung (a) zeigt den Graphen F_1, die Abbildung (b) zeigt die rekursive Konstruktion von F_{i+1}. Alle nicht eingezeichneten Kanten haben den maximalen bezüglich der Dreiecksungleichung zulässigen Wert.

Zeigen Sie, dass sich mit dieser Konstruktion eine logarithmische untere Schranke für die Approximationsgüte des Greedy-Algorithmus ergibt.

10 Punkte

Abgabe: Am 3. März zu Beginn der Übungsstunde.