ETH zürich
Departement Informatik

Approximations- und Online-Algorithmen

Dr. Hans-Joachim Böckenhauer
Dr. Dennis Komm

courses.ite.inf.ethz.ch/approx_online_alg_22

Übungsaufgaben – Blatt 2

Zürich, 3. März 2022

Aufgabe 2

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit dem in der Vorlesung vorgestellten Minimum-Vertex-Cover-Problem MinVC.

(a) Man kann MinVC als Spezialfall des Minimum-Set-Cover-Problems MinSC betrachten. Geben Sie formal an, wie eine MinVC-Instanz in eine MinSC-Instanz übertragen werden kann, und analysieren Sie, was es für die Approximationsgüte bedeutet, wenn man den Greedy-Algorithmus für MinSC so auf MinVC überträgt.

Versuchen Sie, Spezialfälle von MinVC zu finden, für die dieser Ansatz einen besseren als 2-approximativen Algorithmus liefert.

Hinweis: Die gesuchten Spezialfälle liegen in gewissem Sinne „orthogonal" zu den im Aufgabenteil (b) betrachteten Bäumen. Betrachten Sie diese Fälle also unabhängig voneinander.

(b) Wir bezeichnen das Teilproblem von MinVC, bei dem der Eingabegraph ein Baum ist, als TreeMinVC. Zeigen Sie durch Angabe eines geeigneten Algorithmus, dass TreeMinVC polynomiell optimal lösbar ist.

10 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 3

Das Problem MaxSAT ist folgendermassen definiert. Die Eingabe ist eine CNF-Formel $\Phi = C_1 \wedge \cdots \wedge C_m$ über den Variablen $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ mit Klauseln $C_i = (l_{i,1} \vee \cdots \vee l_{i,k_i})$ für $k_i \in \mathbb{N}^{\geq 2}$. Dabei sind die $l_{i,j} \in \{x_1, \ldots, x_n, \overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n\}$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq k_i$, und sie werden als *Literale* bezeichnet. Eine zulässige Lösung ist eine Belegung von X, also jede Funktion $\alpha \colon X \to \{0,1\}$, die jeder Variablen aus X einen booleschen Wert zuordnet. Das Ziel ist es, die Anzahl der durch α erfüllten Klauseln zu maximieren.

Für $k \in \mathbb{N}^{\geq 2}$ ist das Problem MaxEkSAT das Teilproblem von MaxSAT, bei dem jede Klausel genau k paarweise verschiedene Literale beinhaltet.

(a) Entwerfen Sie zunächst einen Algorithmus für MaxSat, der mittels Greedy-Ansatz eine Belegung findet. Begründen Sie, dass Ihr Algorithmus stets in Polynomzeit eine zulässige Lösung liefert.

(b) Analysieren Sie die Approximationsgüte Ihres Algorithmus auf MaxE2SAT.

Hinweis: Nutzen Sie die Tatsache, dass die optimale Lösung höchstens alle m Klauseln erfüllen kann, um die vom Algorithmus gefundene Lösung mit einer optimalen zu vergleichen.

10 Punkte

Abgabe: Am 10. März zu Beginn der Übungsstunde.