Departement Informatik

Approximations- und Online-Algorithmen

Dr. Hans-Joachim Böckenhauer
Dr. Dennis Komm

courses.ite.inf.ethz.ch/approx_online_alg_22

Übungsaufgaben – Blatt 3

Zürich, 10. März 2022

Aufgabe 4

Betrachten Sie das folgende Scheduling-Problem, in dem n Prozesse mit Bearbeitungszeiten w_i auf k gleichartige Prozessoren verteilt werden. Die Eingabe ist ein Vektor $(w_1, \ldots, w_n, k) \in \mathbb{N}^{n+1}$ mit $k \geq 2$. Zulässige Lösungen sind Partitionierungen von $\{1, \ldots, n\}$ in Mengen $I_1, \ldots, I_k$, die also paarweise disjunkt sind und alle Elemente abdecken, also $\{1, \ldots, n\} = \bigcup_{i=1}^{k} I_i$. Das Ziel ist es, $\max\left\{ \sum_{i \in I_j} w_i \,\middle|\, j \in \{1, \ldots, k\} \right\}$ zu minimieren. Das heisst also, es sollen möglichst schnell alle Prozesse vollständig bearbeitet sein.

(a) Entwerfen Sie einen Greedy-Algorithmus für dieses Problem. Analysieren Sie die Approximationsgüte für den Fall, dass nur drei Prozessoren vorhanden sind.

(b) Verwenden Sie Ihren Algorithmus, um ein Approximationsschema (PTAS) für drei Prozessoren zu entwickeln. Zeigen Sie, dass das Ergebnis Ihrer Konstruktion tatsächlich ein PTAS ist.

(c) Wie verhält sich Ihr Algorithmus, wenn die Beschränkung $k = 3$ wegfällt? Unterscheiden Sie den Fall, dass k fest vorgegeben ist und den Fall, dass k Teil der Eingabe ist. Begründen Sie Ihre Antwort anschaulich. Es ist kein formaler Beweis gefordert.

10 Punkte

Aufgabe 5

Beim *modifizierten* einfachen Rucksackproblem MSKP erlaubt man, dass von jedem gegebenen Objekt beliebig viele Exemplare in den Rucksack gepackt werden. Es sind also Grössen $w_1, \ldots, w_n \in \mathbb{N}^{>0}$ gegeben und ein Wert b, der die Kapazität des Rucksacks angibt. Gesucht ist ein Vektor $(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{N}^n$, sodass $\sum_{i=1}^{n} a_i w_i \leq b$ maximiert wird.

Entwerfen Sie einen einfachen Approximationsalgorithmus mit möglichst kleiner Approximationsgüte für das MSKP und schätzen Sie dessen Güte und Laufzeit ab. **10 Punkte**

Abgabe: Am 17. März zu Beginn der Übungsstunde.