Departement Informatik

Approximations- und Online-Algorithmen

Dr. Hans-Joachim Böckenhauer
Dr. Dennis Komm

courses.ite.inf.ethz.ch/approx_online_alg_22

Übungsaufgaben – Blatt 6

Zürich, 31. März 2022

Aufgabe 9

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Menge $S \subseteq V$ ist ein sogenanntes *Independent Set*, wenn für je zwei Elemente $x, y \in S$ mit $x \neq y$ gilt, dass $\{x, y\} \notin E$. Beim Maximum-Independent-Set-Problem Max-IS ist ein Graph gegeben und gesucht ist ein Independent Set von maximaler Grösse.

Zeigen Sie, dass Max-IS nicht konstant approximierbar ist, falls $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$.

Hinweis: Falls $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$, gilt für Optimierungsprobleme U_1 und U_2 mit $U_1 \leq_{\mathrm{AP}} U_2$: Wenn für U_1 kein polynomieller d-Approximationsalgorithmus für ein konstantes $d \in \mathbb{Q}^{\geq 1}$ existiert, dann existiert auch für U_2 kein polynomieller Approximationsalgorithmus mit konstanter Approximationsgüte. **10 Punkte**

Aufgabe 10

Wir haben in der Vorlesung eine GP-Reduktion von MaxE3Sat auf Max2Sat gesehen, bei der jede Klausel einer gegebenen MaxE3Sat-Instanz durch 10 Max2Sat-Klauseln simuliert wurde. Wir wollen nun eine alternative Reduktion betrachten, bei der für jede MaxE3Sat-Eingabe $C = C_1 \wedge \cdots \wedge C_m$ mit $C_i = l_{i,1} \vee l_{i,2} \vee l_{i,3}$ jede Klausel C_i ersetzt wird durch 6 Klauseln $(l_{i,1} \vee y_i) \wedge (l_{i,2} \vee y_i) \wedge (l_{i,3} \vee y_i) \wedge (l_{i,1} \vee \overline{y_i}) \wedge (l_{i,2} \vee \overline{y_i}) \wedge (l_{i,3} \vee \overline{y_i})$, wobei $y_1, \ldots, y_m$ neue Variablen sind.

Welche Bedingungen müssen für c und s gelten, damit dieses Vorgehen eine GP-Reduktion mit Parametern (c, s) und (c', s') für geeignet gewählte Werte für c' und s' liefert?

Ist diese Reduktion brauchbar, um die $\mathcal{NP}$-Schwere von $\mathrm{GAP}_{c',s'}$-Max2Sat zu zeigen? **10 Punkte**

Abgabe: Am 7. April zu Beginn der Übungsstunde.