ETH zürich
Departement Informatik

Approximations- und Online-Algorithmen

Dr. Hans-Joachim Böckenhauer
Dr. Dennis Komm

`courses.ite.inf.ethz.ch/approx_online_alg_22`

Übungsaufgaben – Blatt 11

Zürich, 12. Mai 2022

Aufgabe 16

Auf Blatt 3 haben wir das Scheduling-Problem eingeführt, bei dem n Aufträge so auf m identische Maschinen verteilt werden sollen, dass die Maschine mit der längsten Arbeitszeit ihre Arbeit möglichst schnell beendet. (Diese längste Arbeitszeit nennen wir auch den *Makespan* und das Problem *Makespan-Scheduling.*) Wir betrachten jetzt die Online-Version dieses Problems, bei dem ein Auftrag nach dem anderen präsentiert wird und für jeden sofort entschieden werden muss, welcher Maschine er zugeordnet wird.

(a) Zeigen Sie für jede Maschinenzahl $m \geq 2$ eine untere Schranke von $3/2$ für den strikten kompetitiven Faktor von beliebigen deterministischen Online-Algorithmen.

(b) Verallgemeinern Sie die Schranke aus Aufgabenteil (a) für allgemeine Kompetitivität. Hierbei dürfen Sie annehmen, dass die Kosten der Aufträge beliebige positive rationale Zahlen sind.

Hinweis: Führen Sie einen Widerspruchsbeweis, indem Sie zunächst annehmen, dass für ein beliebiges $0 < \varepsilon < 1/2$ ein $(3/2-\varepsilon)$-kompetitiver Online-Algorithmus existiert. Sie können Eingaben mit konstanter Länge betrachten, wobei die Kosten der Aufträge aber von ε und der additiven Konstanten α abhängen.

10 Punkte

Aufgabe 17

Ein möglicher Online-Algorithmus für das Online-Makespan-Scheduling-Problem mit m Maschinen ist der Greedy-Algorithmus, der jeden Auftrag immer derjenigen Maschine zuteilt, die momentan die kleinste Arbeitszeit hat.

(a) Zeigen Sie eine untere Schranke von $2 - 1/m$ für den strikten kompetitiven Faktor des Greedy-Algorithmus.

(b) Zeigen Sie, dass die in Aufgabenteil (a) bewiesene Schranke scharf ist, indem Sie beweisen, dass der Greedy-Ansatz einen strikten kompetitiven Faktor von $2 - 1/m$ tatsächlich immer erreicht.

10 Punkte

Abgabe: Am 19. Mai zu Beginn der Übungsstunde.