

## Übungsaufgaben – Blatt 12

Zürich, 19. Mai 2022

### Aufgabe 18

In der Vorlesung wurde das  $k$ -Server-Problem auf der Linie besprochen, bei dem  $k$  Server auf der reellen Zahlenachse zwischen 0 und 1 bewegt werden. Der vorgestellte Online-Algorithmus DC (*Double-Coverage*) kann analog auf einem Pfadgraphen betrachtet werden, wobei er denselben kompetitiven Faktor  $k$  erreicht. In dieser Aufgabe wollen wir uns nun mit dem  $k$ -Server-Problem auf dem Kreisgraphen  $G_N$  mit  $N$  Knoten beschäftigen. Dabei sind die Kosten aller Kanten von  $G_N$  gleich 1.

Betrachten wir den folgenden randomisierten Online-Algorithmus CIRC, der  $k$ -Server auf einem Kreisgraphen löst.

**Eingabe:** Kreisgraph  $G_N = (V, E)$  mit

- $V = \{v_1, \dots, v_N\}$  für  $N \geq k$ ,
- $E = \{\{v_i, v_{i+1}\} \mid i = 1, \dots, N-1\} \cup \{v_N, v_1\}$ ,

und eine Sequenz  $I = (x_1, \dots, x_n)$  mit  $x_i \in \{1, \dots, N\}$  für alle  $i$ .

**Schritt 1.** Wähle zufällig gleichverteilt eine Kante  $e_{\text{split}} \in E$ , an welcher  $G_N$  „aufgeschnitten“ wird.

**Schritt 2.** Führe den Algorithmus DC auf dem so entstandenen Pfad aus.

Beachten Sie, dass dem Gegenspieler die Kante  $e_{\text{split}}$  nicht bekannt ist.

Zeigen Sie, dass CIRC im Erwartungswert  $2k$ -kompetitiv ist.

**10 Punkte**