Clevere Algorithmen programmieren: Rekursion

29.01.2020

R0) Schreibe eine Funktion fakultaet(*n*), die die Fakultät von *n* berechnet.
(Die Fakultät von *n* is *n*! = *n* * (*n* - 1) * (*n* - 2) * … * 3 * 2 * 1.)

fakultaet(6) = 720

R1) Schreibe eine **rekursive** Funktion fakultaet(*n*).

R2) Schreibe eine rekursive Funktion sum_squares(n), die die Summe aller Quadraten von 1^2 bis n^2 berechnet.

sum_squares(5) = $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$

R3) Schreibe eine rekursive Funktion fibo(*n*), die die n-te Fibonacci-Zahl Berechnet.

fibo(0) = 1, fibo(1) = 1, fibo(2) = 2, fibo(3) = 3, fibo(4) = 5, fibo(5) = 8, fibo(6) = 13, ...

R4) Schreibe eine rekursive Funktion sum_digits(*k*), die die Summe der Ziffern einer positiven ganzen Zahl *k* berechnet. (*Hinweis: // berechnet Ganzzahlige Division und % berechnet den Rest der Division, z.B. 7 // 3 = 2 und 7 % 3 = 1.*)

sum_digits(417) = 12

R6) Schreibe eine rekursive Funktion ist_palindrom(*s*), die bestimmt, ob der String *s* ein Palindrom ist.

R7) Schreibe eine rekursive Funktion summe(*a*), die eine Liste *a* von Zahlen erhält und die Summe von Zahlen in *a* ausgibt.

summe([1, 3, 5, 5]) = 14

R8) Schreibe eine rekursive Funktion reverse(*a*), die eine Liste *a* erhält und eine Liste ausgibt, die dieselben Elemente wie *a* enthält, aber in umgekehrter Reihenfolge.

reverse([1, 3, 5, 5]) = [5, 5, 3, 1]

R9) Schreibe eine rekursive Funktion flatten(*a*), die eine Liste von Listen von Zahlen erhält und eine einfache Liste aller Zahlen (in derselben Reihenfolge) ausgibt.

flatten([[2, 3], [1], [], [5, 6]]) = [2, 3, 1, 5, 6]

R10) Eine Treppe hat *K* Stufen. Du kannst entweder auf jede Stufe einzeln treten oder auch einmal eine überspringen und damit gleich zwei Stufen auf einmal nehmen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Treppe mit den *K* Stufen hochzugehen? Schreibe eine Funktion *m*(*K*), die dies berechnet.

m(4) = 5 (*Du kannst 4 Stufen auf 5 Arten hochgehen: 1-1-1-1, 1-1-2, 1-2-1, 2-1-1, 2-2*)

R11) Jakub möchte im Februar viel skifahren. Er hat sich die Wettervorhersage angeschaut und weiss genau, wie viele Stunden Sonne es jeden Tag geben wird. Er will so viele Sonnenstunden wie möglich geniessen, er kann aber nie an zwei aufeinanderfolgenden Tagen skifahren -- das wäre zu anstrengend. Schreibe eine Funktion, die ihm die maximale Anzahl Ski-Sonnenstunden berechnet.

max_stunden([2,4,1,0,6]) = 10 (*Er muss am zweiten und letzten Tag fahren.*)

Rekursion und Kombinatorik (für Fortgeschrittene)

29.01.2020

K1) Auf wie viele Arten kann ich 200 Franken mit Franken-Münzen und Franken-Noten zahlen (ohne Rappen-Münzen)?

Ich kann 5 Franken auf 4 Arten zahlen: 5, 2+2+1, 2+1+1+1, 1+1+1+1+1.

Hinweis: Schreibe eine rekursive Funktion num_ways(*N*, *coins*), die eine Nummer *N* und eine Liste *coins* von Münzwerten erhält, und berechnet, auf wie viele Arten man *N* Franken mit Münzen dieser Münzwerte bezahlen kann.

Vom Beispiel oben, num_ways(5, [1, 2, 5]) = 4
und num_ways(5, [1, 2]) = 3

K2) Ich habe einen Beutel mit Bonbons unterschiedlicher Gewichte und ich möchte die Bonbons in zwei gleich schwere Gruppen verteilen. Schreibe eine Funktion halbieren(*gewichte*), die die Liste *gewichte* mit Gewichten der Bonbons erhält und berechnet, ob sich die Bonbons in zwei gleich schwere Gruppen verteilen lassen.

halbieren([1, 2, 3, 6, 8]) = True (Auf [1, 3, 6] und [2, 8].)
halbieren([1, 4, 5, 6]) = False

K3) Die Zahl 1729 ist dank folgender Anekdote von G. H. Hardy berühmt. Hardy erzählte über das Mathematikgenie Srinivasa Ramanujan: "*Ich erinnere mich, dass ich ihn einmal in Putney besuchte, als er krank war. Ich kam in einem Taxi mit der Nummer 1729 und bemerkte, dass mir diese Zahl doch sehr gewöhnlich und uninteressant vorkäme, was hoffentlich kein schlechtes Omen sei. 'Aber Nein!', antwortete er, 'es ist im Gegenteil eine sehr interessante Zahl! Es ist die kleinste Zahl, die man auf zwei verschiedene Arten als die Summen zweier Kubikzahlen schreiben kann.'*"
Unsere Frage dazu: Wie lautet die nächstkleinere Zahl, die sich ebenfalls auf zwei verschiedene Arten als die Summe zweier Kubikzahlen schreiben lässt.

Hinweis: 9 ist nur auf eine Art die Summe zweier Kubikzahlen: 9 = 1^3 + 2^3.

K4) Auf wie viele Arten kannst du ein Brett mit 2 x 20 Feldern mit Dominosteinen bedecken, wenn jeder Dominostein zwei benachbarte Felder abdeckt?

K5) Auf wie viele Arten kannst du ein Brett mit 3 x 20 Feldern mit Dominosteinen bedecken, wenn jeder Dominostein zwei benachbarte Felder abdeckt?