

## Clevere Algorithmen programmieren: Rekursion und DP

19.02.2020

R10) Eine Treppe hat  $K$  Stufen. Du kannst entweder auf jede Stufe einzeln treten oder auch einmal eine überspringen und damit gleich zwei Stufen auf einmal nehmen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Treppe mit den  $K$  Stufen hochzugehen? Schreibe eine Funktion  $m(K)$ , die dies berechnet.

$m(4) = 5$  (Du kannst 4 Stufen auf 5 Arten hochgehen: 1-1-1-1, 1-1-2, 1-2-1, 2-1-1, 2-2)

R11) Jakob möchte im März viel skifahren. Er hat sich die Wettervorhersage angeschaut und weiss genau, wie viele Stunden Sonne es jeden Tag geben wird. Er will so viele Sonnenstunden wie möglich geniessen, er kann aber nie an zwei aufeinanderfolgenden Tagen skifahren -- das wäre zu anstrengend. Schreibe eine Funktion, die ihm die maximale Anzahl Ski-Sonnenstunden berechnet.

$\text{max\_stunden}([2,4,1,0,6]) = 10$  (Er muss am zweiten und letzten Tag fahren.)

R12a) Remo möchte im März einen 5-tägigen Skiurlaub machen. Er hat sich die Wettervorhersage angeschaut und weiss genau, wie viele Stunden Sonne es jeden Tag geben wird. Schreibe eine Funktion, die ihm die maximale Anzahl Ski-Sonnenstunden (in 5 aufeinanderfolgenden Tagen) berechnet.

$\text{beste\_woche}([6,2,4,0,1,5,3,6,6,3,7,8,2,7,8,6,3,7,3,6]) = 32$

R12b) Thomas hat mehr Freizeit und will sogar zweimal 5 Tage Skiurlaub machen. Schreibe eine Funktion, die ihm die maximale Anzahl Ski-Sonnenstunden (in zwei Abschnitten von 5 aufeinanderfolgenden Tagen) berechnet.

$\text{beste\_zwei\_wochen}([6,2,4,0,1,5,3,6,6,3,7,8,2,7,8,6,3,7,3,6]) = 61$

R13) Auf wie viele Arten kann ich 200 Franken mit Franken-Münzen und Franken-Noten zahlen (ohne Rappen-Münzen)?

Ich kann 5 Franken auf 4 Arten zahlen: 5, 2+2+1, 2+1+1+1, 1+1+1+1+1.

*Hinweis:* Schreibe eine rekursive Funktion  $\text{num\_ways}(N, \text{coins})$ , die eine Nummer  $N$  und eine Liste  $\text{coins}$  von Münzwerten erhält, und berechnet, auf wie viele Arten man  $N$  Franken mit Münzen dieser Münzwerte bezahlen kann.

Vom Beispiel oben,  $\text{num\_ways}(5, [1, 2, 5]) = 4$   
und  $\text{num\_ways}(5, [1, 2]) = 3$

R14) Ich habe einen Beutel mit Bonbons unterschiedlicher Gewichte und ich möchte die Bonbons in zwei gleich schwere Gruppen verteilen. Schreibe eine Funktion  $\text{halbieren}(\text{gewichte})$ , die die Liste  $\text{gewichte}$  mit Gewichten der Bonbons erhält und berechnet, ob sich die Bonbons in zwei gleich schwere Gruppen verteilen lassen.

$\text{halbieren}([1, 2, 3, 6, 8]) = \text{True}$  (Auf  $[1, 3, 6]$  und  $[2, 8]$ .)  
 $\text{halbieren}([1, 4, 5, 6]) = \text{False}$

R15) Ich nehme 5 zufällige Karten aus einem Paket französischer Karten. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich nicht mehr als 21 Punkte habe? (Die Werte der Karten sind wie im Blackjack: A = 1 und J = Q = K = 10.)

*Hinweis:* Schreibe eine Funktion  $\text{num\_choices}(N, S, \text{cards})$ , die eine Nummer  $N$ , eine Nummer  $S$ , und eine Liste  $\text{cards}$  von Kartenwerten erhält, und berechnet, auf wie viele Arten man  $N$  Karten aus  $\text{cards}$  nehmen kann, so dass die Summe ihrer Werte nicht mehr als  $S$  ist.

Zum Beispiel,  $\text{num\_choices}(2, 3, [1, 1, 2, 2]) = 5$ ,  
Es gibt 1 Möglichkeit 1 + 1 zu wählen, und 4 Möglichkeiten 1 + 2 zu wählen.